

المتوسط الحسابي

تعريف :

المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي مجموع تلك القيم على عددها .

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \text{المتوسط الحسابي}$$

مثال الشرح :

أوجد المتوسط الحسابي للأعداد التالية : (أ ، ب ، ج ، د) .

الحل

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\text{مجموع القيم} = أ + ب + ج + د$$

$$\text{عدد القيم} = ٤$$

إذن

$$\frac{\text{المتوسط الحسابي} = أ + ب + ج + د}{٤}$$

أمثلة :

(١) لدينا الأعداد التالية ٣٦ ، ٥٧ ، ٦٩ ، ٨٣ ، ١٠٥ . اوجد المتوسط الحسابي

لها .

الحل

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\text{مجموع القيم} = ٣٦ + ٥٧ + ٦٩ + ٨٣ + ١٠٥ = ٣٥٠$$

$$\text{عدد القيم} = ٥$$

$$\frac{٣٥٠}{٥} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\text{المتوسط الحسابي} = ٧٠$$

(٢) المتوسط الحسابي لأربع أعداد يساوي ٢٠ ، فإذا كان المتوسط الحسابي عند إحدى هذه الأعداد يساوي ١٥ . فما العدد الذي تم استبعاده ؟

الحل

خطوات الحل :

- ١- يوجد مجموع الأعداد الكلي بضرب عدد القيم في المتوسط الحسابي لها
- ٢- يوجد مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب بضرب عدد القيم المتبقية في المتوسط الحسابي لها
- ٣- يوجد العدد الذي تم استبعاده بطرح مجموع الأعداد بعد استبعاده من مجموع الأعداد الكلي

المجموع الكلي = عدد القيم × المتوسط الحسابي لها

المجموع الكلي = ٢٠ × ٤

المجموع الكلي = ٨٠

مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب = عدد القيم المتبقية × المتوسط الحسابي لها

مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب = ١٥ × ٣

مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب = ٤٥

العدد الذي تم استبعاده = مجموع الأعداد الكلي - مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب

العدد الذي تم استبعاده = ٨٠ - ٤٥

العدد الذي تم استبعاده = ٣٥

إذن العدد الذي تم استبعاده هو ٣٥

(٣) إذا كان المتوسط الحسابي لـ ٤ ، ٩ ، ص يساوي ١٠ فما قيمة ص ؟

الحل

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\frac{ص + ٩ + ٤}{٣} = ١٠$$

$$١٠ \times ٣ = ص + ٩ + ٤$$

$$٣٠ = ص + ١٣$$

$$١٣ - ٣٠ = ص$$

$$ص = ١٧$$

(٤) المتوسط الحسابي لستة أعداد موجبة يساوي ٥ . فإذا كان المتوسط الحسابي لأقل وأكبر عدد من هذه الستة يساوي ٧ . فما المتوسط الحسابي للأربعة أعداد الباقية ؟

الحل

خطوات الحل :

- ١- نوجد مجموع الأعداد الكلي بضرب عدد القيم في المتوسط الحسابي لها
- ٢- نوجد مجموع اقل واكبر عددين بضرب عددهم في المتوسط الحسابي لهم
- ٣- نوجد مجموع الأعداد الأربعة الباقية بطرح مجموع اقل واكبر عددين من المجموع الكلي
- ٤- نوجد المتوسط الحسابي للأعداد الأربعة الباقية (وهو المطلوب) بقسمة مجموعهم على عددهم

مجموع الأعداد الكلي = عدد القيم × المتوسط الحسابي لها

$$\text{مجموع الأعداد الكلي} = ٥ \times ٦$$

$$\text{مجموع الأعداد الكلي} = ٣٠$$

مجموع أقل واكبر عددين = عددهم × المتوسط الحسابي لهم

$$\text{مجموع أقل واكبر عددين} = ٧ \times ٢$$

$$\text{مجموع أقل واكبر عددين} = ١٤$$

مجموع الأعداد الأربعة الباقية = المجموع الكلي - مجموع أقل واكبر عددين

$$\text{مجموع الأعداد الأربعة الباقية} = ٣٠ - ١٤$$

$$\text{مجموع الأعداد الأربعة الباقية} = ١٦$$

المتوسط الحسابي للأربعة أعداد الباقية = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

$$\text{المتوسط الحسابي للأربعة أعداد الباقية} = \frac{١٦}{٤} = ٤$$

إذن المتوسط الحسابي للأربعة أعداد الباقية هو ٤

(٥) إذا كان متوسط درجات فيصل في ٥ اختبارات هو ٨٠ درجة ، فيما كان متوسط درجاته في الاختبارات الثلاثة الأولى هو ٩٠ درجة ، فإن متوسط درجاته في آخر اختبارين يساوي ؟

الحل

خطوات الحل :

- ١- نوجد مجموع الدرجات الكلي بضرب عدد الاختبارات في المتوسط الحسابي للدرجات
- ٢- نوجد مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى بضرب عددهم في المتوسط الحسابي لهم
- ٣- نوجد مجموع درجات آخر اختبارين بطرح مجموع الثلاثة اختبارات الأولى من مجموع الدرجات الكلي
- ٤- نوجد المتوسط الحسابي لدرجات آخر اختبارين (وهو المطلوب) بقسمة مجموعهم على عددهم

مجموع الدرجات الكلي = عدد الاختبارات × المتوسط الحسابي للدرجات

$$\text{مجموع الدرجات الكلي} = ٨٠ \times ٥$$

$$\text{مجموع الدرجات الكلي} = ٤٠٠ \text{ درجة}$$

مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى = عددهم × المتوسط الحسابي لهم

$$\text{مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى} = ٩٠ \times ٣$$

$$\text{مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى} = ٢٧٠ \text{ درجة}$$

مجموع درجات آخر اختبارين = مجموع الدرجات الكلي - مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى

$$\text{مجموع درجات آخر اختبارين} = ٤٠٠ - ٢٧٠$$

$$\text{مجموع درجات آخر اختبارين} = ١٣٠ \text{ درجة}$$

المتوسط الحسابي لدرجات آخر اختبارين = $\frac{\text{مجموع الدرجات لآخر اختبارين}}{\text{عددها}}$

$$\text{المتوسط الحسابي لدرجات آخر اختبارين} = \frac{١٣٠}{٢} = ٦٥$$

إذن المتوسط الحسابي لدرجات آخر اختبارين هو ٦٥ درجة

(٦) إذا كان المتوسط الحسابي لستة أعداد = ٤.٥ ، فإن مجموع هذه الأعداد = ؟

الحل

مجموع الأعداد = عددهم \times المتوسط الحسابي لهم

مجموع الأعداد = ٢٧

إذن مجموع الأعداد هو ٢٧

المتابعات

ملاحظة :

المتابعات في اختبار القدرات ليس بنفس المعنى الكلي للمتابعات في الرياضيات .

حيث أن متابعات اختبار القدرات تعتمد على أسلوب تفكير الطالب في إيجاد علاقة مرتبطة بجميع المتابعة أو بين كل حد والذي يليه وهكذا .

لذلك لا توجد قاعدة معينة تسيير عليها متابعات الاختبار وسنعمد في تطرقنا لهذا الموضوع على وضع أغلب الأمثلة وحلها بحيث تشمل الأمثلة أغلب أفكار تلك المسائل .

أمثلة :

(١) الرقم الذي يكمل السلسلة التالية :

١٢٨ ، ١٢٠ ، ١١٤ ، ١١٠ ، ١٠٨ ، هو ؟

الحل

نلاحظ أن كل حد ينقص عن الذي يليه بمضاعفات العدد ٢ بالتدرج من الأكبر الى الأصغر حيث :

$$١٢٠ = ٨ - ١٢٨$$

$$١١٤ = ٦ - ١٢٠$$

$$١١٠ = ٤ - ١١٤$$

$$١٠٨ = ٢ - ١١٠$$

$$١٠٨ = ٠ - ١٠٨$$

طرحنا (٠) لماذا؟؟

تلاحظون أن مقدار الطرح ظل في تناقص بمقدار ٢ بين كل حدين ، والحد الذي يسبق الحد المطلوب كان

مقدار الطرح ٢

إذن مقدار الطرح الحالي = ٢ - ٢ = ٠ ولهذا قمنا بطرح ٠

إذن العدد الذي يكمل فراغ التسلسل هو ١٠٨

$$\begin{array}{cccccc}
 ٠ - & ٢ - & ٤ - & ٦ - & ٨ - & \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \\
 ١٠٨ ، & ١٠٨ ، & ١١٠ ، & ١١٤ ، & ١٢٠ ، & ١٢٨
 \end{array}$$

(٢) أكمل التسلسل التالي :

٣٤ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٩ ،

الحل

الأسلوب الاول :

نلاحظ أنه بين الحدين الاول والثاني قمنا باضافة (٢) للحد الاول حتى نحصل على الحد الثاني

حيث :

$$٣٦ = ٢ + ٣٤$$

ونلاحظ أنه بين الحدين الثاني والثالث قمنا باضافة (١) للحد الثاني للوصول للحد الثالث

حيث :

$$٣٧ = ١ + ٣٦$$

ونلاحظ أنه بين الحدين الثالث والرابع قمنا باضافة (٢) للحد الثالث للوصول للحد الرابع

حيث :

$$٣٩ = ٢ + ٣٧$$

إذن فكرة المتتابعة هي :

إضافة (٢) بين الحدين في المرة الاولى وإضافة (١) في المرة التي تليها ثم نعود مرة اخرى

لإضافة (٢) في المرة التي تليها وهكذا كما هو موضح :

$$\begin{array}{cccc} ١+ & ٢+ & ١+ & ٢+ \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} & \underbrace{\hspace{1cm}} \\ \dots & ، ٣٩ & ، ٣٧ & ، ٣٦ & ، ٣٤ \end{array}$$

إذن فالحد المطلوب هو

$$٤٠ = ١ + ٣٩$$

الأسلوب الثاني :

فكرة الاسلوب الثاني في الحل ان المتتابعة المعطاة هي عبارة عن متابعتين متداخلتين بحيث يكون الحد الاول والثالث والخامس وهكذا ضمن المتتابعة الاولى المتداخلة والحد الثاني والرابع والسادس وهكذا بنفس التدرج ضمن المتتابعة الثانية المتداخلة .

٣٤ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٩ ،

نلاحظ هنا أن

٣٤ ، ٣٧ ، ... (العدد المطلوب)

يتبعون المتتابعة الاولى المتداخلة حيث ان مقدار الزيادة هو ٣ بين كل حدين حيث :

$٣٧ = ٣ + ٣٤$ وهو الحد الثاني في المتتابعة المتداخلة الاولى

$٤٠ = ٣ + ٣٧$ وهو الحد الثالث في المتتابعة المتداخلة الاولى اضافة انه الحد المطلوب في المتتابعة

الاصلية وللتأكد من هذا الاسلوب فان الناتج نفسه باتباع الاسلوبين

إذن الحد المطلوب هو ٤٠

(٣) أوجد الحد الخامس في المتتالية :

: ، ٣٠ ، ٢١ ، ١٢ ، ٣

الحل

نلاحظ هنا ان اسلوب سير المتتابعة كالتالي :

$$\begin{array}{cccc} 9+ & 9+ & 9+ & 9+ \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \dots & 30 & 21 & 12 & 3 \end{array}$$

مقدار التزايد ثابت على جميع الحدود وهو (٩ +)

$$\text{الحد الخامس} = 9 + 30 = 39$$

إذن الحد الخامس هو ٣٩

(٥) أكمل المتتابعة التالية :

٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٤ ، ٢٢ ، :

الحل

نلاحظ هنا ان اسلوب سير المتتابعة كالتالي :

$$\begin{array}{ccccccccc} & 10+ & & 8+ & & 6+ & & 4+ & & 2+ \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \dots & , & 22 & , & 14 & , & 8 & , & 4 & , & 2 \end{array}$$

أي ان فكرة المتتابعة هي ان مقدار الزيادة بين الحدين مضاعفات للعدد ٢ يبدأ بالعدد ٢ تصاعدياً .

$$\text{الحد المطلوب} = 10 + 22 = 32$$

إذن فالحد المطلوب هو ٣٢

(٧) أكمل بنفس التسلسل :

: ، ١٦٤ ، ١٨٠ ، ١٩٨ ، ٢١٨

الحل

نلاحظ هنا ان اسلوب سير المتتابعة كالتالي :

$$\begin{array}{cccc} ١٤- & ١٦- & ١٨- & ٢٠- \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \dots, & ١٦٤, & ١٨٠, & ١٩٨, & ٢١٨ \end{array}$$

أي ان العلاقة هي تناقص يبدأ بـ (٢٠ -) ويتناقص بمقدار (٢) عن المقدار الذي قبله في سير المتتابعة .

$$\text{الحد المطلوب} = ١٦٤ - ١٤ = ١٥٠$$

إذن الحد المطلوب هو ١٥٠

(٨) ما العدد الذي يجب وضعه في الفراغ :

٢٣ ، ، ١٦ ، ١٣ ، ٩ ، ٧

الحل

هنا سنتبع اسلوب حل انهما عبارة عن متتابعتين متداخلتين .

المتتابة الاولى المتداخلة هي :

..... ، ١٣ ، ٧

المتتابة الثانية المتداخلة هي :

٢٣ ، ١٦ ، ٩

الفراغ وجد في المتتابة الاولى المتداخلة اذن نوجد سير المتتابة فيها نجد انه

$٧ + ٦ = ١٣$ وهو الحد الثاني في المتتابة المتداخلة الاولى

اذن مقدار التزايد هو (٦) عن الحد الذي يسبقه

الحد المطلوب $= ١٣ + ٦ = ١٩$

اذن الحد المطلوب هو ١٩